ESTRELLAS BINARIAS ECLIPSANTES. CONCEPTOS GEOMETRICOS

Orbitas circulares

Cuando tenemos un sistema binario donde ambas componentes se encuentran orbitando una en torno a la otra a relativamente poca distancia comparada con sus respectivos radios, entonces es altamente probable que se produzcan ocultaciones y tránsitos entre las dos estrellas, convirtiéndose en un sistema binario eclipsante, produciéndose periódicamente eclipses mutuos.

Supongamos que tenemos un sistema binario eclipsante cuyas componentes siguen trayectorias circulares como el de la Figura 1, visto por ejemplo por encima del plano de la órbita.

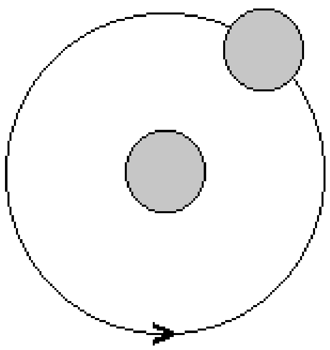

Figura 1. Esquema de un sistema binario eclipsante donde ambas componentes siguen órbitas circulares, visto por encima del plano orbital. Ambas estrellas no tienen por que ser necesariamente iguales.

Tomemos como referencia una de las estrellas, por ejemplo la más brillante, a la que denominaremos principal. Entonces podemos tomar como sistema de coordenadas *xyz*, un sistema de coordenadas cartesiano a derechas $\mathbf{x}_0 \times \mathbf{y}_0 = \mathbf{z}_0$, donde la negrita indica el carácter vectorial y $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{y}_0$ y $\mathbf{z}_0$ son los vectores unitarios.

Entonces puede tomarse el eje z coincidente con la visual entre el sistema y el observador, con $\mathbf{z}_0$ dirigido hacia el observador, y como eje y el situado en el plano del cielo del observador en la dirección N-S, tal y como se representa en la Figura 2. De dicha figura también se deduce que el plano definido por los ejes x e y coincide con el plano del cielo del observador.

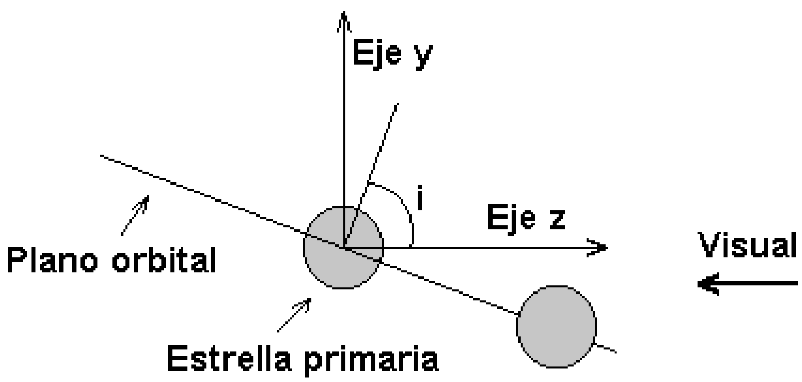

Figura 2. Representación de la geometría de un sistema binario eclipsante con órbitas circulares. El eje x está situado perpendicular al plano del papel y penetra a través de éste. El ángulo de inclinación i se define entre la normal al plano orbital y el eje z. Para i=90º vemos al sistema completamente de perfil y los eclipses son centrales.

Proyectado sobre el cielo, la órbita del sistema binario es la que se representa en la Figura 3. Se define la fase θ como la fracción de período transcurrida desde el instante en que se produce el mínimo del eclipse principal. El eclipse principal coincide con el momento en que los centros de ambas estrellas se sitúan en el plano zy. Si tomamos como unidad el radio de la órbita, entonces según la Figura 3, dada la inclinación i y la fase θ, las coordenadas x e y del centro de la estrella secundaria son:

$$\mathbf{x=sen(\theta)}$$

$$\mathbf{y=-cos(\theta)cos(i)}$$

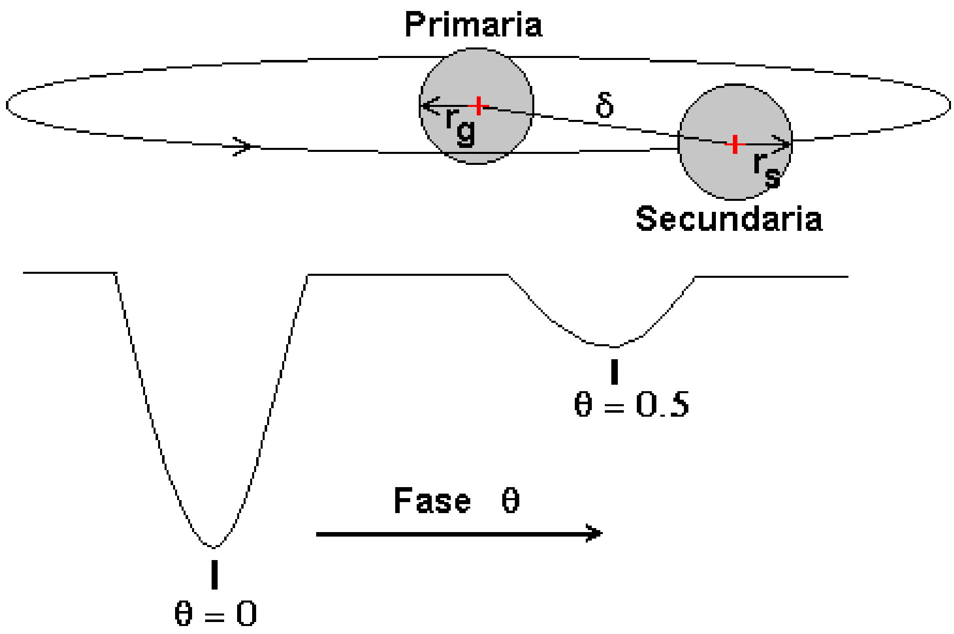

Figura 3. Proyección sobre el plano del cielo de la órbita del sistema binario tal y como lo ve el observador. δ es la separación entre los centros de ambas estrellas, y r_g y r_s son los radios de la primaria y secundaria respectivamente. La fase $\theta = 0$ se tiene en el instante en que δ alcanza su mínimo al pasar la primaria por delante de la secundaria.

Por tanto la separación de los centros de las dos estrellas proyectada sobre el cielo vale:

$$\delta^2 = x^2 + y^2 = \mathbf{sen}^2\theta + \mathbf{cos}^2\theta\mathbf{cos}^2\mathbf{i} = \mathbf{cos}^2\mathbf{i} + \mathbf{sen}^2\theta\mathbf{sen}^2\mathbf{i} \quad (1)$$

que es una de las relaciones fundamentales.

Si finalmente se definen los radios r_g y r_s como los radios de la estrella primaria y secundaria respectivamente, normalizados según la separación entre ambas estrellas, es decir r_g, r_s $<$ 1, entonces está claro que sólo se producirán eclipses cuando $\delta < r_g + r_s$.

Orbitas elípticas

Cuando las órbitas son elípticas, se producen tres efectos en la curva de luz debido al movimiento y la nueva geometría orbitales: i) Desplazamiento del mínimo secundario respecto de la fase $\theta = 0.5$. Sea dicho desplazamiento D, medido de tal manera que si el secundario ocurre para $\theta > 0.5$ entones $D > 0$. ii) La duración del mínimo primario y secundario es diferente. Definamos en este caso S como la relación entre la duración del secundario respecto del primario. iii) Los mínimos de luz tienen forma asimétrica debido a las variaciones de velocidad en la órbita.

Antes de seguir adelante introduciremos la Figura 4 para acabar de definir los diversos parámetros que intervendrán en el estudio del movimiento elíptico. De la Figura 4 se desprende que:

$$\omega = \phi - \nu + 90^{\circ} \qquad (2)$$

En este caso, de los valores de D y S puede deducirse con muy buena aproximación lo siguiente según se presenta en la Tabla I:

TABLA I	D > 0	D < 0
S – 1 > 0	$0 < \omega < \frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{2}\pi < \omega < \pi$
S – 1 < 0	$3/2\pi < \omega < 2\pi$	$\pi < \omega < 3/2\pi$

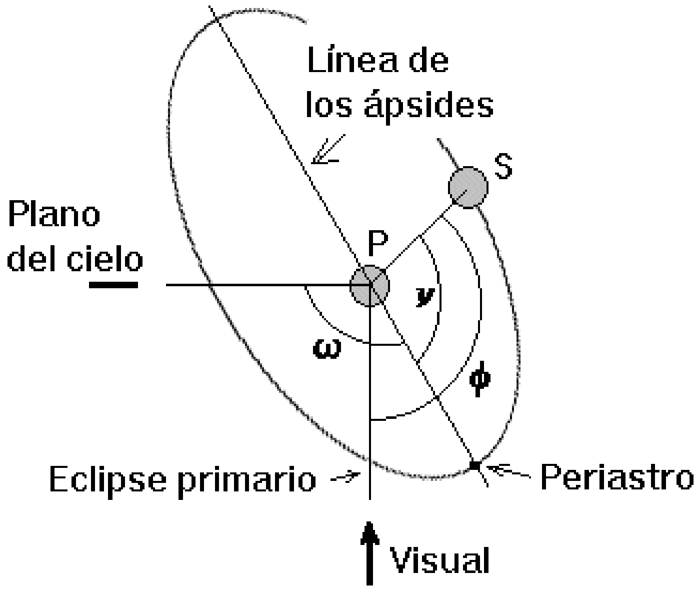

Figura 4. Según esta figura ω se define como el ángulo que forma el radio vector que une el centro de la estrella primaria P y el periastro, y la semirrecta que partiendo del centro de la misma estrella P se prolonga hacia el oeste. A ω se le denomina *longitud del periastro*. ν es la *anomalía verdadera*, y ϕ es el ángulo formado entre la visual y el radio vector que une la estrella primaria P con la secundaria S. La línea que une el periastro con el apoastro es la *línea de los ápsides*.

Si tomamos en este caso el semieje mayor de la elipse **a** como unidad, tendremos, según la Figura 4, la generalización de (2):

$$\delta = \frac{r}{a}\sqrt{\sin^2 i \sin^2\phi + \cos^2 i} = \frac{(1-e^2)}{(1+e\cos\nu)}\sqrt{\sin^2 i\cos^2(\nu+\omega) + \cos^2 i} \qquad (3)$$

Por tanto, si nuevamente r_g y r_s son los radios de las estrellas primaria y secundaria respectivamente referidos al semieje mayor **a** de la elipse, sólo habrá eclipse en aquellas posiciones para las que $\delta < r_g - r_s$. Además conviene darse cuenta que durante el instante central del eclipse primario se tiene que $\phi = 0$, lo que simplifica la fórmula (3).

Para poder determinar completamente la curva de luz, hay que saber la forma en que podemos relacionar la fase θ en la curva de luz con la anomalía verdadera ν del movimiento orbital de la estrella secundaria a través de las fórmulas que se derivan de la solución del problema de dos cuerpos, y que en definitiva implican la introducción de conceptos básicos de dinámica orbital. Sin entrar en detalles, para hallar la relación entre θ y ν simplemente hay que resolver las ecuaciones que relacionan la fase θ, la anomalía excéntrica E y la anomalía media M:

$$\mathbf{M} = \mathbf{2}\pi\theta + M_0, \qquad (4)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{E} - \boldsymbol{e}\,\mathbf{sen}\,\mathbf{E} \qquad (5)$$

Donde M_0 es la anomalía media durante la fase central del mínimo primario ($\phi = 0$).

Finalmente, la anomalía excéntrica se relaciona con la anomalía verdadera ν a través de:

$$1 - e\cos E = \frac{1-e^2}{1+e\cos\nu} \qquad (6)$$

Referencias:

J.M.A. Danby, *Fundamentals of Celestial Mechanics*, Second edition, Willmann-Bell, 1988

Josef Kallrath, Eugene F. Milone, *Eclipsing Binary Stars – Modeling and Analysis*, Springer, 1999